

Combinatoire : quelques ramifications modernes d'un sujet classique

Colloque annuel de la CRM organisé à Leysin du 19 au 22 septembre 2017

La CRM a organisé un cours sur l'analyse combinatoire qui a réuni 44 participants à l'hôtel Central-Résidence de Leysin. Dix exposés de 90 minutes ont été donnés par 5 conférenciers.

Monsieur Emanuele Delucchi, professeur FNS à l'Université de Fribourg, est intervenu trois fois pendant cette semaine.

Il nous a tout d'abord présenté le potentiel didactique des jeux combinatoires par l'exemple du jeu de Chomp. Il a abordé le nombre de configurations possibles de ce jeu, et a montré qu'il existe une stratégie gagnante (même si on ne la connaît pas).

Il est ensuite revenu sur les douze voies de l'énumération (twelvefold way), sujet déjà évoqué en 2016 lors du cours CRM-CMSI à Monte Verità. Il a ainsi pu nous donner un aperçu du travail de Gian-Carlo Rota pour poser un cadre unifié pour les problèmes de dénombrement.

Pour finir, il a présenté la fonction de partition avec l'aide de diagrammes de Ferrers. Cela l'a mené à nous parler de séries formelles, de fonctions génératrices, et lui a permis d'aboutir à un théorème d'Euler sur les nombres pentagonaux.

Monsieur Ivan Izmistiev, maître-assistant à l'Université de Fribourg, nous a parlé du Mot de Fibonacci et notamment de sa structure quasi-périodique. Il a illustré cela avec une table de billard de Fibonacci, puis avec les quasi-cristaux afin d'aboutir aux pavages de Penrose.

Lors de son deuxième exposé, il nous a présenté différentes versions des jeux de Nim dont le jeu de Wythoff. Les positions gagnantes de ce jeu forment deux suites de Beatty qui partitionnent les entiers naturels. Ces deux suites font apparaître finalement le Mot de Fibonacci.

Madame Elisa Gorla, professeure à l'Université de Neuchâtel, nous a présenté une introduction à la cryptographie. Après un survol rapide de l'histoire des codes, elle a parlé un peu de théorie de la complexité pour comparer les chiffrements RSA et El Gamal. Pour finir, elle nous a montré la méthode de cryptage à l'aide de courbes elliptiques.

Monsieur Kolja Knauer, maître de conférence à l'Université d'Aix-Marseille, est ensuite venu nous parler de posets, polynômes et polytopes. Lors de la première partie, il nous a expliqué ce qu'est un poset (ensemble partiellement ordonné) en illustrant son propos avec de nombreux diagrammes de Hasse. Les extensions linéaires de ces ensembles l'ont mené à nous parler de polynôme d'ordre.

Dans la deuxième partie, il a défini la notion de polytope qu'il a mise en lien avec celle de poset. Cela nous a conduit au polynôme d'Ehrhart du polytope dont le degré correspond à la dimension du polytope.

Monsieur Hugo Parlier, professeur à l'Université du Luxembourg, a finalement présenté la géométrie des puzzles (en deux parties). Il s'est arrêté sur plusieurs jeux pour parler du graphe des configurations. Il a essentiellement été question de connexité de ces graphes, puis de leur diamètre. L'exemple des Tours de Hanoï donnait lieu à une jolie recherche pour construire le graphe des configurations. Les pavages d'un rectangle $2 \times n$ avec des dominos permettent de faire réapparaître encore une fois la suite de Fibonacci.

Au terme de ce cours, les participants se sont déclarés très satisfaits. Ils ont particulièrement apprécié l'excellent niveau scientifique et didactique de tous les conférenciers.

Christophe Bolle
Membre de la CRM